

অধ্যায় ২ - রৈখিক বীজগণিত (Linear Algebra) - Matrix

১। ক) Matrix কি? অর্থনীতিতে Matrix এর গুরুত্ব ও প্রয়োজনীয়তা কতখানি?
খ) Matrix ও নির্মাণের বৈশিষ্ট্যগুলো কি? Matrix ও নির্মাণের মধ্যে পার্থক্য দেখাও।

- গ) অনুজ ও সংযুক্ত কি? এদের মধ্যে পার্থক্য দেখাও।
- ঘ) সংযুক্ত Matrix ও সংযুক্ত Matrix এর মধ্যে পার্থক্য দেখাও।
- ঙ) একক মাত্রিক Matrix ও অ-বিকল্পনোৎসর্গ Matrix এর মধ্যে পার্থক্য দেখাও। লম্বা ভেক্টর ও সারি ভেক্টরের মধ্যে পার্থক্য দেখাও।
- চ) অসূত্র Matrix ও সূত্র Matrix এর মধ্যে পার্থক্য দেখাও।

২। বিপরীত Matrix কি? এর বৈশিষ্ট্যগুলো কি কি? বিপরীত Matrix এর প্রয়োজনীয়তা ও পর্যাপ্ততা কতখানি? আলোচনা কর।

৩। নিম্নোক্ত Matrix গুলোর সঙ্কেত দ্বারা চিহ্নিত কর।

- ① বর্গ Matrix ② অসূত্র Matrix ③ ক্রমক্রমিক Matrix ④ মূলে Matrix
- ⑤ ভেক্টর Matrix ⑥ একক মাত্রিক Matrix ⑦ অ-একক মাত্রিক Matrix
- ⑧ কন Matrix ⑨ প্রতিমিত Matrix ⑩ ভিত্তিক্রমিক Matrix
- ⑪ অসংযুক্ত Matrix ⑫ সূত্র Matrix ⑬ অসংযুক্ত অসংযুক্ত Matrix
- ⑭ অর্থনীতিগত Matrix ⑮ সংযুক্ত, সংযুক্ত Matrix ও Mirror
- ⑯ বিপরীত Matrix ⑰ Matrix এর উল্টো ⑱ Matrix এর সঙ্কেত

৪। Matrix এর গুলোর নিম্নলিখিত উল্লেখ কর।

নিম্নের বৈশিষ্ট্যগুলো প্রমাণ কর:

① $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ② $(A^{-1})^{-1} = A$ ③ $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

④ $(A')^{-1} = (A^{-1})'$ ⑤ $A \cdot A^{-1} = I$

৫। প্রমাণ কর যে ① $(AB)' = B'A'$ ② $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$

③ $\begin{bmatrix} a & b-a & a+b \\ b & c-b & a+c \\ c & a-c & b+a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}$

৬। $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ ২য় সূত্রের সাহায্যে সত্যি প্রমাণ কর। অথবা দেখাও যে $(AB)C = A(BC)$

9) Matrix এর বন্দন-স্বাভি কি? $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

20 Matrix এর বন্দন-স্বাভি প্রমাণ কর। অথবা চেক কর।

① $A(B+C) = AB+AC$ ② $(A+B)C = AC+BC$

৮। ① $A = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 12 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 13 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

① $(A-B)+C$ ② $A+(-B+C)$ নির্ময় কর।

③ চেক কর $(A-B)+C = A+(-B+C)$

② যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ 24
 ৩৬ প্রমাণ কর যে, $(AB)C = A(BC)$

③ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ 2৫
 চেক কর, $A(B+C) = AB+AC$

④ $A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ ① AB কি সংজ্ঞায়িত? AB নির্ময় কর।
 ② কিস্তি BA নির্ময় করতে পারবে?

⑤ যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 2৬ AB ও BA নির্ময় কর।

⑥ যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ 2৭ ① AB কি সংজ্ঞায়িত?
 ② কিস্তি BA নির্ময় করতে পারবে?

⑦ $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $B = [3 \ 0 \ 5]$ ① AB নির্ময় কর।
 ② BA নির্ময় কর।

⑧ $A = [a \ b]$ এবং $B = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 2৮ $AB = ?$

⑨ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ ① AB নির্ময় কর।
 ② চেক কর $AB \neq BA$

⑩ $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ $B = [1 \ 7 \ 9]$ 2৯ AB ও BA নির্ময় কর।

⑪ যদি $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ 3০ তবে ① XX'
 ② $X'X$ নির্ময় কর।

⑫ $A = [4 \ 7 \ 2]$, $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$ 3১ প্রমাণ কর

যে, $A(B+C) = AB+AC$

① Matrix এর সূত্রের প্রমাণ মিলিত্বিতিকি কাম্বা কে। যেহেতু C, A ও B প্রমাণ মিলিত্বিতিকি আধুনিক করলেও C ও D এইমতি আধুনিক করে না। এহেতু CKD নিম্নকর।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

১। ① যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ হয় তহে যেহেতু,
 $A \cdot (\text{adjoint of } A) = (\text{Adjoint of } A) \cdot A = |A| I$

② $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ① $A - 2B$
 ② $A'B$ নির্মাণ কর।

③ $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ হয় তহে $(X'X)^{-1}$ নির্মাণ কর।

④ যদি $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ এর $Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ হয় তহে ① $X'Y$
 ② $X \cdot X'$

⑤ যদি $A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 \\ x_3 & x_3 \end{bmatrix}$ এর $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 \end{bmatrix}$ হয় তহে ① $(X \cdot X)^{-1}$ নির্মাণ কর।
 ② AB নির্মাণ কর।
 ③ BA নির্মাণ কর।

⑥ যদি $D = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{8} & -\frac{1}{16} \end{bmatrix}$
 প্রমাণ কর তহে ① $E = D^{-1}$
 ② $G = F^{-1}$

⑦ যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ এর $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ হয় তহে প্রমাণ কর।
 $(AB)' = B'A'$

⑧ $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{30}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{30}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{5}{\sqrt{30}} \end{bmatrix}$ যেহেতু এরি একটি orthogonal matrix.

⑨ $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ যেহেতু এরি একটি Idempotent matrix.

⑩ $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ প্রমাণ কর তহে $A' = A^{-1}$
 ① A জেনে মিত্রিক Matrix.

২। নিম্নলিখিত Matrix সূত্রের মিত্রিক Matrix নির্মাণ কর।

① $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 15 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$ ② $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ ③ $A = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 7 \\ -3 & 16 & 0 \\ 5 & 9 & 4 \end{bmatrix}$

21) ① यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ तब B Matrix के लिये ढूँढो।

② $PQ = \begin{bmatrix} 22 & 6 \\ 11 & 3 \end{bmatrix}$ $P = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ तब Q Matrix के लिये ढूँढो।

③ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 12 \end{bmatrix}$ तब $A \cdot A^{-1} = I$

④ $B = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ $BA = \begin{bmatrix} 40 & 32 \\ 36 & 24 \end{bmatrix}$ A Matrix के लिये ढूँढो।

22) निम्नलिखित Matrix का $(m \times n)$ माना जाए।

① $x + y + z = 6$ ② $4x_1 + x_2 + 5x_3 = 8$ ③ $2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$
 $5x - y + 2z = 9$ $-2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$ $3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1$
 $3x + 6y + 5z = 0$ $3x_1 - x_2 + 4x_3 = 5$ $-x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 17$

④ $2x + 2y + z = 1$ ⑤ $7x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 7$
 $3x + y + z = 2$ $2x_1 + 4x_2 + x_3 = 0$
 $x + y + z = 2$ $-2x_2 - x_3 = 2$

23) निम्नलिखित सिस्टम को हल करें।

① $q_1 - 5q_3 = 0$ ② $-x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 24$
 $q_2 - 2q_3 = 0$ $x_1 + x_3 = 6$
 $100 - 2q_1 - 5q_2 = 0$ $5x_2 - x_3 = 8$

③ $4x_1 + x_2 - 5x_3 = 8$ ④ $2x_1 + 4x_2 - x_3 = 15$
 $-2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$ $x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -5$
 $3x_1 - x_2 + 4x_3 = 5$ $6x_1 + 5x_2 + x_3 = 28$

24) द्वैत प्रोग्रामिंग सिस्टम को Q प्रोग्रामिंग सिस्टम के रूप में लिखें।

① $Y_1 = 3x_1 + 4x_2 + 5x_3$ ② $U_1 = 2x + 5y$
 $Y_2 = 2x_1 + x_2 + 3x_3$ $U_2 = -3x + 10y$
 $Y_3 = x_1 + 3x_2 + 2x_3$

③ द्वैत प्रोग्रामिंग सिस्टम को हल करें और अधिकतम फलित मान ज्ञात करें।

④ $Y_1 = x_1 + 2x_2 + 3x_3$
 $Y_2 = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$
 $Y_3 = 3x_1 + 5x_2 + 7x_3$

25) द्वैत प्रोग्रामिंग सिस्टम को हल करें।

① $Y = 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 - 4x_4$ ② $U = 3x^2 + 4xy + 5y^2 - 8x - 6y + z^2$

28 | Matrix এর Rank নির্ণয় করুন।

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 7 & 2 & -3 \\ 6 & 7 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

(2) $A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \\ 4 & -8 & 2 \end{bmatrix}$

(3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

(4) $A = \begin{bmatrix} 5 & -9 & 3 \\ 2 & 12 & -4 \\ -3 & -18 & 6 \end{bmatrix}$

(5) $A = \begin{bmatrix} -8 & 2 & -6 \\ 10 & -2.5 & 7.5 \\ 24 & -6 & 18 \end{bmatrix}$

(6) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

(7) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & 6 & 8 & -4 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

(8) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 11 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

29 | (1) $Y = C + I$
 $C = c_0 + bY$
 $I = I_0$

Matrix এর সমন্বয় সমাধান কর

(2) $Y = C + E$
 $C = 100 + 0.8Y$
 $E = 10$

বিপরীত Matrix এর সমন্বয় সমাধান কর।

(3) $C = 100 + 0.6Y$
 $I = 50 + 0.25Y$
 আয়ের নিয়ম সমাধান কর।

(4) $Y = C + I + G_0$
 $C = a + b(Y - T)$
 $T = d + tY$

(i) আয়ের নিয়ম অর্থনৈতিক মডেল
 (ii) $\frac{\partial Y}{\partial G_0}$ ও $\frac{\partial Y}{\partial T}$ নির্ধারণ করে দেখে
 অর্থনৈতিক প্রভাব উল্লেখ কর।

(5) $Y = C + J + G$
 $C = 30 + 0.9Y$
 $J = 40 + 0.05Y$
 $G = G_0 = 50$

বিপরীত Matrix এর সমন্বয় সমাধান কর

(6) $Y = C + E + G_0$
 $C = a + bY$
 $I = dY$

বিপরীত Matrix এর সমন্বয় সমাধান কর।

(7) $Y = C + E + G$
 $C = a + b(Y - T_0)$
 $G = gY$

যেখানে $a > 0$
 $0 < b < 1$
 $0 < g < 1$

(8) $Y = E + I + G_0$
 $C = \alpha + \beta(Y - T)$
 $T = \delta + \gamma Y$

(i) আয়ের নিয়ম Y, C ও T নির্ধারণ কর।

(ii) পরামিত্র g এর প্রভাব উল্লেখ কর।

(9) $Y = C + I + G$
 $C = a + b(Y - T_0)$
 $G = gY$

(i) $\frac{\partial Y}{\partial G_0}$ ও $\frac{\partial Y}{\partial \delta}$ নির্ধারণ করে দেখে অর্থনৈতিক প্রভাব উল্লেখ কর।

(ii) α, β, δ ও γ এর অর্থনৈতিক প্রভাব উল্লেখ কর।

- (i) আয়ের নিয়ম অর্থনৈতিক মডেল
- (ii) Y ও C নির্ধারণ কর

$Y = C + I + G_0$ (ସମୀକ,)
 $C = C_0 + bY_d$ $G_0 = 330$
 $Y_d = Y - T$ $G = 100$
 $T = T_0 + tY$ $I = 90$
 $b = 0.75$
 $t = 0.20$
 $T_0 = 100$

ସମସ୍ତଙ୍କ ନିୟମ
 ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି
 କେଉଁଠି ନିୟମ ଦେଖା
 ଯାଏ ।

$Y = C + I + G$
 $C = 100 + 0.6Y_d$
 $Y_d = Y - T$
 $T = 2 + 0.2Y$
 $I = 25, G = 0$

ସମସ୍ତଙ୍କ ନିୟମ Y, C ଓ T
 ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ।

ଯାହା ଖାଲି ଓ ଯୋଗ୍ୟ ସମୀକରଣ କି? ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି କେଉଁଠି?

$Q_d = a - bP$
 $Q_s = -c + dP$
 Matrix ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ।

$Q_d = 20 - 3P$ Matrix ଦେଖାଇ
 $Q_s = -5 + 2P$ ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ।

ଯାହା ଖାଲି ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ଯୋଗ୍ୟ ସମୀକରଣ କି?
 ନିମ୍ନଲିଖିତ: $Q_{d1} = 16 - P_1 + P_2$ $Q_{s1} = -4 + 3P_1$
 $Q_{d2} = 10 + 4P_1 - P_2$ $Q_{s2} = -2 + 4P_2$
 ସମସ୍ତଙ୍କ ନିୟମ ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ।

ଯାହା ଖାଲି ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ଯୋଗ୍ୟ ସମୀକରଣ କି?
 ନିମ୍ନଲିଖିତ: $Q_{d1} = 18 - 3P_1 + P_2$ $Q_{s1} = -2 + 4P_1$
 $Q_{d2} = 12 + P_1 - 2P_2$ $Q_{s2} = -2 + 3P_2$
 ନିମ୍ନଲିଖିତ Matrix ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ।

ଯାହା ଖାଲି ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ଯୋଗ୍ୟ ସମୀକରଣ କି?
 ନିମ୍ନଲିଖିତ: $Q_{d1} = 10 - 2P_1 + P_2$ $Q_{s1} = -2 + 3P_1$
 $Q_{d2} = 15 + P_1 - P_2$ $Q_{s2} = -1 + 2P_2$
 ନିମ୍ନଲିଖିତ Matrix ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ।

$Q_{dP} = 82 - 3P_2 + P_1$ $Q_{dF} = 92 + 2P_2 - 4P_1$
 $Q_{sP} = -5 + 15P_2$ $Q_{sF} = -6 + 32P_1$

- ① ସମୀକରଣ କେଉଁଠି ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି?
- ② Matrix ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି ଦେଖାଇ ଦିଆଯିବ କେଉଁଠି?

১৯। (ক) নিম্নের জাতীয় আয় মডেল বিবেচনা কর

$$C = 15 + 0.8Y \quad M_d = 250 + 0.1Y - 160i$$

$$I = 75 - 100i \quad M_s = 250$$

- ① IS-LM অংশের নির্মাণ কর। Y ও i নির্ণয় কর।
- ② স্বয়ংস্ফূর্ত ভাণ্ডার 50 এবং স্বয়ংস্ফূর্ত বিলম্বিত 50 হলে নতুন ভারসাম্যের i নির্ণয় কর।

২০।

$$C = 102 + 0.7Y \quad M_d = 250 + 0.1Y - 160i$$

$$I = 150 - 100i$$

$$M_s = 300$$

$$M_1 = 0.25Y$$

$$M_2 = 124 - 200i$$

- ① ভারসাম্য সঞ্চিত আয় ও সুদের হার নির্ণয় কর।
- ② অর্থনীতিতে ভারসাম্য অর্জন C, I, M_1 ও M_2 নির্ণয় কর।

২১।

$$C = 0.8(1-t)Y \quad M_d = 0.25Y - 62.5r$$

$$I = 900 - 50r \quad M_s = 500$$

$$G = 800, t = 0.25$$

- ① IS-LM সমীকরণ নির্মাণ কর।
- ② কেন্দ্রীয় ব্যাংকের ভারসাম্য সঞ্চিত আয় ও সুদের হার নির্ণয় কর।

২২।

$$C = 200 + 0.4Y \quad M_d = 500 + 0.10Y - 4000r$$

$$I = 1400 - 1000r \quad M_s = 300$$

- ① IS-LM অংশের নির্মাণ কর।
- ② Matrix A এর ভারসাম্য জাতীয় আয় ও সুদের হার নির্ণয় কর।

২৩।

$$C = 0.8Y$$

$$I = 102 - 0.2r$$

$$M_d = 0.25Y - 2.5r$$

$$M_s = 100$$

- ① IS-LM সমীকরণ নির্মাণ কর।
- ② কেন্দ্রীয় ব্যাংক ভারসাম্য সঞ্চিত আয় ও সুদের হার নির্ণয় কর।

20।

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \end{bmatrix}$$

- ① নিম্নলিখিত matrix নির্ণয় কর।
- ② b এর উল্লেখ কর।
- ③ A এর ইজেনভ্যালু নির্ণয় কর।
- ④ b এর উল্লেখ কর।

22) ④ ଆର୍ଥିକ କ୍ଷେତ୍ରୀ ସ୍ତାତି ସଂଗ୍ରହ 700 ମିଡି, 400 ଡାକ୍ତରୀ 200 ମିଡି କ୍ଷୋଧାର୍ତ୍ତ ବିକ୍ରୟ କର । ସ୍ତାତିର ମିଡିର ବିକ୍ରୟକୁ 4 ଟଙ୍କା, ଡାକ୍ତରୀର ବିକ୍ରୟକୁ 6 ଟଙ୍କା ଏବଂ ମିଡି କ୍ଷୋଧାର୍ତ୍ତ ବିକ୍ରୟକୁ 150 ଟଙ୍କା । ସ୍ତାତିର ମିଡିର କ୍ଷେତ୍ରୀର ଚାପ 3.25 ଟଙ୍କା, ଡାକ୍ତରୀର ଚାପ 4.75 ଟଙ୍କା ଏବଂ ମିଡି କ୍ଷୋଧାର୍ତ୍ତର ଚାପ 125 ଟଙ୍କା ।

- ① Matrix 2x4 ସମ୍ବନ୍ଧ କୋଷ୍ଟ ଏବଂ ଚାପ ମିଡି ଚାପ ।
- ② କୋଷ୍ଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ସ୍ତାତିର ଚାପ ଚାପ ।
- ③ ଏକ ସ୍ତାତି ସ୍ତାତିର ମିଡି ଚାପ ।

⑤ ଯଦି ଯଦି ମିଡିର ସମ୍ବନ୍ଧୀର କୋଷ୍ଟ ଯଦି କୋଷ୍ଟର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ବିକ୍ରୟର କୋଷ୍ଟ କୋଷ୍ଟ । କୋଷ୍ଟର Price, Quantity ଏବଂ Cost କୋଷ୍ଟର ସମ୍ବନ୍ଧ । Matrix 2x4 ସମ୍ବନ୍ଧ କୋଷ୍ଟ ଏବଂ, କୋଷ୍ଟ ଚାପ କୋଷ୍ଟ । କୋଷ୍ଟ ସମ୍ବନ୍ଧ କୋଷ୍ଟ ସ୍ତାତିର ମିଡି ଚାପ ।

Items	Sale (units)	Price (unit)	Cost
Sandwich	100	50	30
Grilled chicken	500	120	100
Burger	800	80	50

⑥ ଯଦି ଯଦି କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟ ଏବଂ ଚାପ କୋଷ୍ଟର ମିଡି ଚାପ :

$$P_1 = 130 - 4Q_1 - Q_2$$

$$P_2 = 160 - 2Q_1 - 5Q_2$$

$$C = 2Q_1 + 2Q_1Q_2 + 4Q_2$$

ସ୍ତାତିର ସମ୍ବନ୍ଧ କୋଷ୍ଟ —

① କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟ

② କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟର କୋଷ୍ଟ

অধ্যায় ২ - কাঙ্ক্ষকরন (Optimization)

- ১) চরম মান কি? চরমমান ও কোণ্ডালনের মত্রে পার্থক্য দেখাত।
- ২) মত্ৰহীন ও মত্ৰযুক্ত কাঙ্ক্ষকরন কি? এদের মত্রে পার্থক্য দেখাত।
- ৩) মত্ৰযুক্ত মালোচকরন ও মত্ৰহীন মালোচকরনের মত্রে পার্থক্য দেখাত।
- ৪) মত্ৰহীন মালোচকরন ও মত্ৰযুক্ত মালোচকরনের মত্রে পার্থক্য দেখাত।
- ৫) আনুসঙ্গিক ও নিরঙ্করন চরম মান কি?
- ৬) আনুসঙ্গিক ও নিরঙ্করন মালোচ মান কি? এদের পার্থক্য নির্মাণ কর।
- ৭) ল্যাম্বের্ট গুণক পদ্ধতি কি? ল্যাম্বের্ট গুণকের অর্থনৈতিক তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

- ৮) অনসন্নিহিত বিন্দু কি? এর মত্ৰগুলো কি কি?
- ৯) স্যাডেল পয়েন্ট কি? এর মত্ৰগুলো কি কি?
- ১০) অনসন্নিহিত বিন্দু ও স্যাডেল বিন্দুর মত্রে পার্থক্য দেখাত।
- ১১) নিচের আনুসঙ্গিকগুলোর চরমমান নির্মাণ কর:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| ① $Y = 18 + 6x - x^2$ | ⑥ $Y = \frac{1}{15}x^3 - \frac{3}{10}x^2 - 2x + 7$ |
| ② $Y = (x-1)(x-2)^2$ | ⑦ $U = x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1 - 12x_2$ |
| ③ $Y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$ | ⑧ $Z = 60x + 34y - 4xy - 6x^2 - 3y^2 + 5$ |
| ④ $Y = x^3 - 3x^2 + 2$ | ⑨ $Z = 3x^2 - xy + 2y^2 - 4x - 7y + 12$ |
| ⑤ $Y = x^3 - 4x^2 + 9$ | ⑩ $Z = 5x^2 - 3y^2 - 30x + 7y + 4xy$ |
| ⑪ $Q = 100 - L^2 - 5K^2 + 10L + 20K$ | ⑫ $Z = 72x - 3x^2 + 48y - 6xy - 2y^2$ |
- ১২) মত্ৰযুক্ত চরমমান নির্মাণ কর:

- | | |
|---|---|
| ① $Z = 20 - x^2 - 2y^2$, মত্ৰ $x+y=2$ | ③ $U = 2q_1q_2 + 2q_1$ |
| ② $Z = 15x + 10y - 2x^2 - y^2$
মত্ৰ: $3x + 2y = 4$ | ④ $U = xy + 4x$
মত্ৰ: $8x + 4y = 16$ |

- ১৩) ল্যাম্বের্ট পদ্ধতি ও চরম মান নির্মাণ কর।

- | |
|---|
| ① $U = 5xy$
গাঢ়ত্ব সীমাবদ্ধতা $x+y-100=0$ |
| ② $U = xy + 5x$, মত্ৰ $2x+y=1$ |
| ③ $U = \sqrt{xy}$, মত্ৰ $x+y=3$ |

- ১৪) নিচের আনুসঙ্গিকগুলোর অনসন্নিহিত বিন্দু নির্মাণ কর।

- | | |
|-------------------------------|------------------------|
| ① $Y = (x-1)(x-2)^2$ | ④ $Y = (x+1)(x+2)^2$ |
| ② $Q = (p+1)(p-2)^2$ | ⑤ $Y = x^3 - 4x^2 + 9$ |
| ③ $Y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2$ | |

১৫। অপেক্ষকসূত্রের Saddle point নির্ণয় কর।

① $Z = x^2 - xy + y$

② $Z = 5x^2 - 3y^2 - 30x + 7y + 4xy$

③ $Q = -L^2 + 10L - K^2 + 20K + 25$

১৬। সম্ভাব্যিক ডেমান্ড অপেক্ষক কি? এর বৈশিষ্ট্যগুলো কি কি? এর আর্থনৈতিক তাৎপর্ষ্য কী?।

১৭। ইউটিলিটির তত্ত্ব কি? ইউটিলিটির তত্ত্বের আর্থনৈতিক তাৎপর্ষ্য-কী?।

১৮। নিম্নের অপেক্ষকসূত্রের ২০ ইউটিলিটির তত্ত্ব প্রমাণ কর।

① $Q = AL^\alpha K^{1-\alpha}$ ③ $Q = AL^\alpha K^\beta$

② $Q = L^{0.25} K^{0.75}$

১৯। নিম্নোক্ত অপেক্ষকসূত্রের সম্ভাব্যিকতা প্রমাণ কর।

① $f(x, y) = x^2 - y^2$

⑤ $f(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$

② $x_1 = \frac{M}{2P_1}$

⑥ $f(x, y, W) = \frac{x}{y} - \frac{2W}{3x}$

③ $Q = AL^\alpha K^\beta$

⑦ $f(x, y) = 2x + y + 3\sqrt{xy}$

④ $U = 10x^{\frac{1}{2}} - 8y^{\frac{1}{2}}$

⑧ $Z = f(x, y) = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$

২০। $Q = AL^\alpha K^\beta$ একটি ডেমান্ড অপেক্ষক। যেখানে, $0 < \alpha < 1$ এবং $0 < \beta < 1$ ।

- ① অর্থ ও মূলধনের প্রান্তিক ডেমান্ড নির্ণয় কর।
- ② যেখানে অর্থ ও মূলধনের প্রান্তিক ডেমান্ড নির্ণয় কর।
- ③ যেখানে অর্থ ও মূলধনের প্রান্তিক পরিবর্তন ২০% পর্যন্ত ও কীভাবে হয়।
- ④ যেখানে, উপকরণসূত্রের প্রান্তিক ডেমান্ড কীভাবে প্রমাণ করা যায়।

২১। $Q = 20L + 40K - 2L^2 - 3K^2$ । L ও K এর দুই মানক্রমে 4 ও 5। যদি মোট দুই 28 হয় তবে ম্যাক্স ডেমান্ডের পরিমাণ নির্ণয় কর।

২২। একটি কার্গার ডেমান্ড অপেক্ষক $Q = x_1 x_2$ । নিচে লিখিত অপেক্ষক $C = x_1 + 5x_2 + 10$ । 125 একক উৎপাদনে কী উপকরণসূত্রের কি সম্ভাব্য উৎপাদন প্রমাণ করা যায়? প্রমাণ কর।

২৩। $Q = 5L^{0.7} K^{0.3}$ । জম ও মূল্যবনের একক প্রতি দায় যথাক্রমে 1 টাকা ও 2 টাকা। 20 একক উৎপাদনের জন্য উৎসাদনমূল্যে কি সমন্বয় ক্রমের কারণে আর্থিকের খরচ সর্বনিম্ন 20।

২৪। কোম উৎসাদন অপেক্ষক $Q = K^{0.3} L^{0.7}$ এক খরচ সমীকরণ $6K + 2L = 384$ । মার্কেট উৎসাদনকারীর L ও K এর পরিমাণ নির্মাণ করা।

২৫। উৎসাদন অপেক্ষক $Q = 10K^{0.4} L^{0.6}$

- ① MP_L ও MP_K নির্মাণ করা।
- ② মূল্যবন 8 একক জম 20 2নে উৎসাদনের উৎসর্গ আতিরিক্ত 1 ইউনিট মূল্যবন ও জমের উৎসর্গ নির্মাণ করা।

২৬। উৎসাদন অপেক্ষক $Q = 5LK$ একে দুই সমীকরণ $L + 3K = 150$ কি পরিমাণ L ও K নিয়োগ করলে উৎসাদন সর্বাধিক হবে?

২৭। $Q = 20L^{0.2} K^{0.8}$

- ① উল্লিখিত উৎসর্গের আর্থনিক প্রতিফলনকে নির্মাণ করা।
- ② খোলাভাবে মিনিমুম প্রতিফলনকোষ 1
- ③ খোলাভাবে জমের উৎসর্গে আর্থনিক প্রতিফলনকোষ উৎসর্গ ক্রমিক 6 ১ উৎসাদনের অধুপক্ষে সমান।

২৮। $Q = K^{0.4} L^{0.5}$ একে খরচ অপেক্ষক $3K + 4L = 108$ খোলাভাবে ২নো উৎসাদন, K ২নো মুক্তি একে L ২নো জম।

- ① ল্যাম্বডাক্রিয়ান অপেক্ষক প্রস্তুত করা।
- ② জমের জম মত পরীক্ষা করা।
- ③ জমের মত ক্রমের কারণে $\frac{K}{L}$ নির্মাণ করা।

২৯। ① মোট আয়, গড় আয় ও প্রান্তিক আয়-কি?
② মোট ব্যয়, গড় ব্যয় ও প্রান্তিক ব্যয়-কি?
③ TVC , AVC ও AFC কি?

৩০। ① মুম্বায়া মার্কেট করম কি? এর মতামত কি কি?
② মোট আয় মার্কেটকরম/আয় মার্কেটকরম কি? এর মত কি কি?
③ ব্যয়-মার্কেটকরম কি? এর মতামত কি কি?

৩১। দেয়া আছে মোট খরচ অপেক্ষক $C = Q^3 - 18Q^2 + 750Q$
① প্রান্তিক খরচ অপেক্ষক ও গড় খরচ অপেক্ষক নির্মাণ করা।
② Q এর মোট মান নির্মাণ করা যেখানে গড় খরচ সর্বনিম্ন।

৩২। $TC = Q^3 - 12Q^2 + 60Q$ অর্থাৎ মোট ব্যয় অপেক্ষক।
① গড় ও প্রান্তিক ব্যয় অপেক্ষক প্রমাণ করা।
② খোলাভাবে AC রেখার সর্বনিম্ন MC রেখা সর্বনিম্ন কিভাবে জোড়ে।
③ MC রেখা AC রেখার সর্বনিম্ন কিভাবে জোড়ে দেয়া করা।

৩৬। $TC = 8 + 2Q + 3Q^2$ ২তম AC ও MC নির্মূহ করে। দেখাও যে AC এর সর্বনিম্ন বিন্দুতে $AC = MC$ ।

৩৭। প্রদত্ত ফোর্ড আয় অপেক্ষকটির বরমমান এর কয়টি ঘাটতি কোয় আয় নির্মূহ এর পর দ্বিতীয় মত পরীক্ষা করে।

$$TR = 32Q - Q^2 \text{ যেখানে, } Q \text{ ২তম পরিমাণ।}$$

৩৮। নিচের গড় খরচ অপেক্ষক ২তম প্রান্তিক খরচ অপেক্ষক নির্মূহ করে। $AC = 1.5Q + 4 + \frac{46}{Q}$

৩৯। বরমমান নির্মূহ করে এর দ্বিতীয় মত পরীক্ষা করে ঘাটতি কোয় নিচের সূন্যতা অপেক্ষকটি প্রমাণ করুন করে।

$$\pi = -Q^2 + 11Q - 24$$

৩৯। চাহিদা অপেক্ষক $P = 4e^{-0.25Q}$ । প্রমাণ কোয় আয় নিচের ফেল্পমানের পরিমাণ নির্মূহ করে।

৩৯। চাহিদা অপেক্ষক $P = 50 - 0.5Q$

- ① প্রান্তিক গড়স্থ অপেক্ষক কোয় করে।
- ② অকল্পন্য ১তম ২তম প্রান্তিক আয় কল্পন্য ২তম।

৩৯। চাহিদা অপেক্ষক $P = 5e^{-\frac{Q}{5}}$ । প্রমাণ কোয় আয় নিচের ফেল্পমানের পরিমাণ নির্মূহ করে।

৪০। একটি ফার্জার গড় আয় অপেক্ষক $AR = 15 - 6Q$ এর ফোর্ড খরচ অপেক্ষক $C = 2Q^3 - 3Q^2 + 3Q + 2$

- ① সূন্যতা প্রমাণ করুন ফেল্পমান স্থর ও লম্ব নির্মূহ করে।
- ② ফোর্ড কল্পন্য করে।

৪১। একটি ফার্জার ফোর্ড আয় ও ফোর্ড কল্পন্য অপেক্ষক নিম্নরূপে।

$$R = 1000Q - 2Q^2$$

$$C = Q^3 - 50Q^2 + 1315Q + 2000$$

- ① অকল্পন্য ফেল্পমান করে।
- ② প্রমাণ-সূন্যতা করে।

৪২। একটি ফার্জার ফোর্ড কল্পন্য অপেক্ষক $TC = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + 10Q + 1$

$$TC = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + 10Q + 1$$

- ① AC, MC ও AVC নির্মূহ করে।
- ② MC ও AC এর লম্ব নির্মূহ করে।
- ③ সর্বনিম্ন গড় পরিচরিতকীল কল্পন্য নিচের ফেল্পমান নির্মূহ করে।

87। একটি ফাংশন (সেই ক্ষেত্রে) $TC = aq \left[\frac{q+b}{q+d} \right] + k$
 যেখানে, $MC = a \left[1 + \frac{d(b-d)}{(q+d)^2} \right]$

88। $TC = a^3 - 21a^2 + 500a$

- ① AC ও MC অপেক্ষক নির্মাণ কর।
- ② এ অর্থ ফাংশন নির্মাণের ক্ষেত্রে AC সর্বনিম্ন
- ③ সর্বনিম্ন AC এর পরিমাণ নির্মাণ কর।

89। $TC = \frac{1}{3}Q^3 - 7Q^2 + 111Q + 50$ একটি ফাংশন
 একে চার্জিং অপেক্ষক $Q = 100 - P$

- ① মার্কেট সূন্যায় নির্ধারিত উৎপাদনের পরিমাণ নির্মাণ কর।
- ② মার্কেট সূন্যায় পরিমাণ কত?

90। চার্জিং অপেক্ষক $P = 100 - 0.01Q$ এক ফাংশন
 $C = 50Q + 30000$ একে মার্কেট সূন্যায় নির্ধারিত উৎপাদন
 ও সূন্যায় কত?

91। প্রধান করে, উৎপাদনের মার্কেট সূন্যায় অর্থের প্রাচুর্য
 হ্রাস ও প্রাচুর্য অর্থ প্রমাণ।

92। একটি অকোম্পাউন্ড ফাংশন চার্জিং অপেক্ষক $P = 30 - x$ এক
 গড় ক্ষেত্রে $AC = \frac{20}{x} + 4$

- ① MR ও MC অপেক্ষক নির্মাণ কর।
- ② $MC = MR$ মতে দেখিয়ে মার্কেট সূন্যায় পরিমাণ নির্মাণ কর।

93। একটি অকোম্পাউন্ড ফাংশন x ও y আর্টিকেলের চার্জিং
 অপেক্ষক নিম্নরূপ:

$x = 25 - 0.5P_x$ একে $C = x^2 + 2xy + y^2 + 20$
 $y = 30 - P_y$

- ① মার্কেট সূন্যায় নির্ধারিত উৎপাদনের পরিমাণ নির্মাণ কর।
- ② মার্কেট সূন্যায় নির্ধারিত সূন্য নির্মাণ কর।
- ③ মার্কেট সূন্যায় পরিমাণ নির্মাণ কর।

94। একটি ফাংশন উৎপাদন অপেক্ষক $U = 5x + 2y + 20xy$
 $P_x = 5, P_y = 2$ একে $Y = 20$
 একে মার্কেট উৎপাদন নির্ধারিত x ও y এর পরিমাণ নির্মাণ
 কর।

৭৬) ৩০) একজন ব্যক্তির উৎপাদন অপেক্ষক $U = 2q_1 + q_2 + 2q_1, q_2$ ।
 অন্য 100 টাকা 2 জনে q_1 ও q_2 এর মাঝে সমানভাবে 3 জনে
 ও 1 জনে $1 q_1$ ও q_2 এর কোন কোন ব্যক্তির উৎপাদন
 মার্কেট 25।

৩১) উৎপাদন অপেক্ষক $U = a p_2$ উৎপাদন মার্কেট করে।
 $P_1 = 10, P_2 = 2$ এর $Y = 120$

৩২) একজন ব্যক্তির উৎপাদন অপেক্ষক $U = q_1^2 + 2q_2 + 2q_1, q_2$
 এক ব্যক্তি গ্রহীত্বের 50 = $2q_1 + 2q_2$ । মার্কেট উৎপাদন
 নির্দেশক q_1 ও q_2 এর পরিমাণ নির্মাণ করে।

৩৩) $U = (x+1)(y+1)$ এর $P_x = 5, P_y = 7.5, B = 200$

- ১) ম্যাক্সিমাম সন্তোষ নির্মাণ করে।
- ২) x ও y এর কার্যক্ষমতা দেয় করে।
- ৩) মার্কেটের ২য় সর্বোচ্চ স্তর নির্মাণ করে।

৩৪) $U = a_1 a_2 + 2a_1$ এক ব্যক্তি গ্রহীত্বের 30 = $2a_1 + a_2$
 ম্যাক্সিমাম সন্তোষের সাহায্যে মার্কেট উৎপাদন নির্দেশক x ও y
 এর পরিমাণ নির্মাণ করে।

৩৫) $U = (q_1 + 2)^2 (q_2 + 3)^3$ একজন উৎপাদন অপেক্ষক। $q_1 = 3, q_2 = 3$
 2 জনে সমানভাবে উৎপাদন নির্মাণ করে।

৩৬) $Y = \log(x^2 + y^2)$ 2 জনে 250 এর উৎপাদন মার্কেট করে।

৩৭) $U = 5x + 2y + 20xy$ এর $P_x = 5, P_y = 2, M = 200$

- ১) মার্কেট উৎপাদন নির্দেশক x ও y এর মান নির্মাণ করে।
- ২) ব্যক্তি 1 এর কল্যাণের 2য় সর্বোচ্চ স্তর নির্মাণ করে।

৩৮) উৎপাদন অপেক্ষক $U = 20x^{0.5} y^{0.5}$ এর ব্যক্তি গ্রহীত্বের
 $5x + 5y = 300$ । ১) মার্কেট উৎপাদন নির্দেশক x ও y এর
 মান নির্মাণ করে।

২) মার্কেট উৎপাদন পরিমাণের ২য় সর্বোচ্চ স্তর নির্মাণ করে।

৩৯) $Q_1 = 150 - 2P_1^2 + 5P_2^3 - 4P_3 + \frac{1}{2}Y$ 2 জনের সিদ্ধিগ্রহণের
 ও ২) অন্য সিদ্ধিগ্রহণের নির্মাণ করে।

৪০) কোন ব্যক্তির চাহিদা অপেক্ষক $Q_d = 4850 - 5P + 0.1Y$
 $P = 200$ এর $Y = 10000$

- ১) ম্যাক্সিমাম সিদ্ধিগ্রহণের নির্মাণ করে।
- ২) অন্য সিদ্ধিগ্রহণের নির্মাণ করে।

৪১) $P = a - bx$ এর AR থেকে $MR = \frac{AR}{2}$

৪২) একজন ব্যক্তির চাহিদা অপেক্ষক $Q = \frac{20}{P+1}$ । কোন মূল্যে
 চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা 0.75 25।

অধ্যায় ৩ - গভীর অর্থনীতি ও উর্দ্ধিমান কানকুনাম

- ১) (ক) সমাকলন কি? অর্থনীতিতে সমাকলনের ব্যবহার বা গুরুত্ব আলোচনা কর।
- (খ) নির্দিষ্ট ও অনির্দিষ্ট সমাকলনের মধ্যে পার্থক্য দেখাও।
 - (গ) অকরকরন ও সমাকলনের মধ্যে পার্থক্য দেখাও।
 - (ঘ) নির্দিষ্ট সমাকলন কি? নির্দিষ্ট সমাকলনের প্রকৃতিগুলো কি কি?
 - (ঙ) অনির্দিষ্ট সমাকলন কি? অনির্দিষ্ট সমাকলনে সূত্রিক প্রকৃত্তা যা কোম? সমাকলনীয় সূত্রিক কি?
 - (চ) প্রথম সমাকলন কি? যেখানে যে নির্দিষ্ট সমাকলনের সাহায্যে একটি রেখার অধীনত জোড়ান্য নির্মাণ করা যায়।
 - (ছ) প্রকৃত্তা ও প্রকৃত্তাকর উর্দ্ধিত্ত কি? উর্দ্ধিত্ত প্রকৃত্তা কোম।

২) সমাকলন কর:

১) $\int (5x^2 - 10x + 3) dx$

২) $\int (3x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 2x + \frac{2}{x} + 4) dx$

৩) $\int (x^3 + \sqrt{x} - \frac{4}{x}) dx$

৪) $\int (2x^5 + \frac{9}{x} - 5) dx$

৫) $\int (3x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{x}) dx$

৬) $\int \frac{(x-1)(x+5)}{\sqrt{x}} dx$

৭) $\int \frac{1+p}{p^2} dp$

৮) $\int (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$

৯) $\int \frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x}} dx$

১০) $\int (3e^{2x} + \frac{5}{x}) dx$

১১) $\int (x^2 + \sqrt{x} - \frac{1}{x^3}) dx$

১২) $\int (8e^x - 4a^x + 3 \log x + \sqrt{x}) dx$

১৩) $\int \frac{(1+x)^2}{x^2} dx$

১৪) $\int x \cdot e^x dx$

১৫) $\int x^2 \cdot e^{2x} dx$

১৬) $\int x^2 \cdot e^{ax} dx$

১৭) $\int \log x dx$

১৮) $\int x^2 \log x dx$

১৯) $\int (2x+6) \log x dx$

২০) $\int \frac{e^x}{x} (1 + x \log x) dx$

২১) $\int x^n \log x dx$

২২) $\int \frac{\log(\log x)}{x} dx$

২৩) $\int \frac{e^{(1+\log x)}}{x} dx$

২৪) $\int (5e^x - x^2 + \frac{3}{x}) dx$

২৫) $\int \frac{3x+1}{x+1} dx$

২৬) $\int (x^2 + \frac{1}{3\sqrt{x}})^2 dx$

২৭) $\int (e^{2x} + e^{-2x}) dx$

২৮) $\int 4x \cdot e^{x^2+3} dx$

২৯) $\int \frac{2x}{x^2+2} dx$

৩০) $\int 5x \cdot e^{5x^2} dx$

৩১) $\int 4x(x+1)^3 dx$

৩২) $\int \frac{x^{15}}{1+x^8} dx$

$$(33) \int 14e^{2x+7} dx$$

$$(34) \int \frac{4x}{(2x+1)^4} dx$$

$$(35) \int (5-8x)^7 dx$$

$$(36) \int \frac{x^4}{(4x^3+7)^2} dx$$

$$(37) \int \frac{x^4+2x+1}{2x^3+6x^2+6x} dx$$

$$(38) \int \frac{6x^4+4x+10}{(x^2+x+5)^3} dx$$

$$(39) \int 6x^2(x^2+2)^{99} dx$$

$$(40) \int 4x \cdot e^{x^2+3} dx$$

$$(41) \int \frac{2x^3+1}{x^4+2x} dx$$

$$(42) \int \frac{4x^4}{\sqrt{x^8+8}} dx$$

$$(43) \int 10x(x^2+3)^4 dx$$

$$(44) \int \left(x + \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^4 dx$$

$$(45) \int (2ax+b)(ax^2+bx)^7 dx$$

$$(46) \int 6x^2(2x^2-1) dx$$

$$(47) \int_2^3 (x^2+x+1) dx$$

$$(48) \int_0^2 (2-3x) dx$$

$$(49) \int_{-1}^0 (2+3t-6t^2) dt$$

$$(50) \int_0^4 \left(\frac{1}{1+x} + 2x\right) dx$$

$$(51) \int_1^{64} x^{-\frac{2}{3}} dx$$

$$(52) \int_1^2 6x^2(2x^3-1)^2 dx$$

$$(53) \int_1^6 \frac{x}{x^2+5} dx$$

$$(54) \int_0^{10} 2e^{-2x} dx$$

$$(55) \int_1^2 x^2(x^3-5)^4 dx$$

$$(56) \int_0^2 x \cdot e^x dx$$

$$(57) \int_0^3 8x(2x^2+1) dx$$

$$(58) \int_2^5 \frac{2x}{(x^2+1)^2} dx$$

$$(59) \int_6^2 \frac{10}{2+x} dx$$

$$(60) \int_0^3 \log x dx$$

$$(61) \int_{-2}^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$$

$$(62) \int_1^3 5x \cdot e^{x+2} dx$$

$$(63) \int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$(64) \int_1^2 (2x^3-1)^4 \cdot 6x^2 dx$$

$$(65) \int \frac{1}{(x+1)(x-1)} dx$$

$$(66) \int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)} dx$$

$$(67) \int \frac{dx}{x^2-9} dx$$

$$(68) \int \frac{dx}{4x^2-9}$$

$$(69) \int \frac{dx}{(x+1)(x-2)}$$

৩। অর্থকর্ম হেজার MPS = $0.7 - 0.4Y^{-\frac{1}{2}}$ । অর্থ মধ্যম 100 তখন অর্থ ও ভোগ হয় সমান ।

- ① সঞ্চয় অপেক্ষক নির্মাণ করে ।
- ② ভোগ অপেক্ষক নির্মাণ করে ।
- ③ প্রান্তিক ভোগ প্রবণতা নির্মাণ করে ।

৪। অর্থকর্ম হেজার প্রান্তিক সঞ্চয় প্রবণতা $S'(Y) = 0.3 - 0.1Y^{-\frac{1}{2}}$ তখন ২৫ জানা যায় যে $Y=100$ হলে $Y=C$ ।
সঞ্চয় অপেক্ষক ও ভোগ অপেক্ষক নির্মাণ করে ।

৫। প্রান্তিক সঞ্চয় প্রবণতা $S'(Y) = 0.3 - 0.1Y^{-\frac{1}{2}}$ । মোট সঞ্চয় মূল্য মধ্যম অর্থ $Y=81$ । এক্ষেত্রে সঞ্চয় অপেক্ষক ও ভোগ অপেক্ষক নির্মাণ করে ।

৬। $MPS = 0.5 - 0.2Y^{-\frac{1}{2}}$ । অর্থ মধ্যম 25 তখন অর্থসঞ্চয় 3.5 । এক্ষেত্রে সঞ্চয় অপেক্ষক নির্মাণ করে ।

৭। প্রান্তিক সঞ্চয় প্রবণতা $\frac{ds}{dY} = 0.5 - \frac{0.2}{Y^{\frac{1}{2}}}$ যদি $Y=200$ হয় তবে $C=50.01$ । ভোগ অপেক্ষক নির্মাণ করে ।

৮। প্রান্তিক সঞ্চয় প্রবণতা $\frac{ds}{dY} = \dots$ বা $MPS = 0.3 - \frac{0.2}{\sqrt{Y}}$ এবং $Y=121$ হলে $S=0$ ।
① সঞ্চয় অপেক্ষক
② ভোগ অপেক্ষক
③ প্রান্তিক ভোগ প্রবণতা নির্মাণ করে ।

৯। অর্থকর্ম হেজার প্রান্তিক সঞ্চয় প্রবণতা $S'(Y) = 0.2 - 0.1Y^{-\frac{1}{2}}$ । $Y=100$ হলে $Y=C$ । সঞ্চয় অপেক্ষক, ভোগ অপেক্ষক ও প্রান্তিক ভোগ প্রবণতা নির্মাণ করে ।

১০। দেয়া আছে, প্রান্তিক ভোগ প্রবণতা অপেক্ষক $C'(Y) = 0.3 + 0.1Y^{-\frac{1}{2}}$ । $Y=100$ হলে $Y=C$ । ভোগ অপেক্ষক নির্মাণ করে ।

১১। $MPC = 1.5 + 0.2Y^{-2}$ এবং অর্থ মধ্যম 10 টাকা তখন ভোগ হয় 4.8 টাকা । ভোগ অপেক্ষক নির্মাণ করে ।

১২। $MC = 25 + 30Q - 0.2Q^2$ এবং $Q=55$ ।
① মোট মূল্য অপেক্ষক TC নির্মাণ করে
② মোট পরিবর্তনশীল মূল্য অপেক্ষক (TVC) নির্মাণ করে
③ গড় মূল্য অপেক্ষক (AC) নির্মাণ করে ।

২০। একটি উৎপাদন প্রতিষ্ঠানের $TFC = 25$ এর আনুমানিক ব্যয়
আপেক্ষক $C'(Q) = 3Q^2 - 4Q + 5$ । মোট ব্যয় অপেক্ষক নির্মাণ
কর।

২১। $MC = 2e^{0.5Q}$ এর ক্ষেত্রে ব্যয় 50 টাকা হলে TC অপেক্ষক
নির্মাণ কর।

২২। যদি আনুমানিক মোট অপেক্ষক $C'(Q) = 12e^{0.5Q}$ এর $FC = 36$
হয় তবে TC ও TVC নির্মাণ কর।

২৩। $MC = 10e^{0.4Q}$ এর $TFC = 100$ হলে AVC নির্মাণ কর।

২৪। $MC = a + 2bx$, $x = \frac{1}{b}$ উৎপাদন হলে মোট ব্যয় কত।
প্রমাণ কর যে, ক্ষেত্রের $AC = a + bx - \frac{a+1}{bx}$

২৫। $MC = \frac{ax}{\sqrt{ax+b}}$ । যদি উৎপাদন x হয় তবে ব্যয় কত।
মোট ব্যয় অপেক্ষক নির্মাণ কর।

২৬। $MR = 5 + 102x - 9x^2$
 TR অপেক্ষক বের কর যেহেতু $R = 230$ হলে $x = 2$

২৭। $MR = 5 - 2q - 3q^2$ হলে চাহিদা অপেক্ষক নির্মাণ কর।

২৮। আনুমানিক মোট অপেক্ষক $MR = \frac{ab}{(x-b)^2} - d$ হলে দেখাও যে,
চাহিদা অপেক্ষক $P = \frac{a}{b-x} - d$

২৯। আনুমানিক মোট অপেক্ষক $MR = \frac{ab}{(x-b)^2} - c$ হলে দেখাও যে,
চাহিদা অপেক্ষক $P = \frac{a}{b-x} - c$

৩০। আনুমানিক মোট $MR = 300 - 4q$ । প্রদত্ত সূত্রানুসারে পরিমাণ হলে
আনুমানিক মোট $MC = 6q + 10$

৩১। $R'(Q) = 28Q - e^{0.3Q}$ হলে $R(Q)$ নির্মাণ কর।

৩২। $f'(x) = 10 - 4x + x^2$ যেখানে $f(0) = 60$ । মোট মোট অপেক্ষক
 $f(x)$ নির্মাণ কর।

৩৩। যদি বিনিয়োগ অপেক্ষক $I(t) = 12t^{\frac{1}{3}}$ হয় তবে সঞ্চয়
অপেক্ষকটি প্রাপ্ত হলে $K(0) = 25$ ।

৩৪। যদি বিনিয়োগের হার $I(t) = 3\sqrt{t}$ হলে $t=0$ থেকে $t=4$ পর্যন্ত
সঞ্চয় ব্যয় $[1, 4]$ এর মধ্যে সঞ্চয় হলে কত হবে?

৩৫। যদি বিনিয়োগের হার $I(t) = 3t^{\frac{1}{2}}$ হয় তবে $t=0$
সঞ্চয় প্রাপ্তি সঞ্চয় হলে $K(0)$ হলে সঞ্চয় সঞ্চয়
সঞ্চয় পথ নির্মাণ কর।

২৩। মার্শ' বিনিয়োগ ফাংশন $C(t) = 16t^{\frac{1}{2}}$ এনে মূলধন মূল্যের পরিমাণ কত?

৩০। একটি উৎসের আয়দানী গুণনতা $M_{im} = 0.5$ যেখানে $Y = 100$ হলে $M(t) = 50$ । উৎসে আয়দানী অপেক্ষক নির্মাণ কর।

৩১। চাহিদা অপেক্ষক $P_d = 25 - 2Q$ যেমন অপেক্ষক $P_s = 2.5 + 0.25Q$ এনে উৎসের উৎপত্তি নির্মাণ কর।

অথ চাহিদা অপেক্ষক $P_d = 25 - Q^2$ এবং যেমন অপেক্ষক $P_s = 2Q + 1$ দুর্ভাগ্যবিশিষ্টের অধীনে উৎসের উৎপত্তি ও উৎসদাতার উৎপত্তি নির্মাণ কর।

৩২। চাহিদা অপেক্ষক $P = 32 - 4Q - Q^2$ এনে উৎসের উৎপত্তি নির্মাণ কর। প্রথম উৎসের চাহিদা $Q_1 = 3$ ।

৩৩। উৎসের উৎসের চাহিদা অপেক্ষক $P = 20 - 2Q$ । উৎসের উৎপত্তি প্রতি উৎসের দাম 10 টাকা এনে উৎসের উৎপত্তি নির্মাণ কর।

অথ চাহিদা সমীকরণ $P = (6 - x)^2$ এবং যেমন সমীকরণ $P = 14 + x$ । উৎসের উৎপত্তি নির্মাণ কর।

৩৪। দুই বিক্রেতা প্রতিযোগিতার অধীনে চাহিদা ও যেমন অপেক্ষক দেয়া আছে: $P_d = 113 - Q^2$ উৎস ও উৎসদাতার উৎপত্তি নির্মাণ কর।
 $P_s = Q^2 + 2Q + 1$

৩৫। কোম্পানির চাহিদা অপেক্ষক $P = 60 - Q - Q^2$ এবং যেমন অপেক্ষক $P = 10 + 4Q$ । বিক্রেতার উৎসের উৎপত্তি প্রতি 2 টাকা করে আয়দান করলে উৎসের উৎপত্তি ও উৎসদাতার উৎপত্তি নির্মাণ কর।

৩৬। একটি কোম্পানির চাহিদা ও যেমন অপেক্ষক যথাক্রমে $P = 60 - Q - Q^2$ এবং $P = 10 + 4Q$ । বিক্রেতার উৎসের উৎপত্তি 20% করে আয়দান করলে উৎসের উৎপত্তি ও উৎসদাতার উৎপত্তি নির্মাণ কর।

৩৭। মুনাফা সর্বাধিককারী একচেটিয়া কোম্পানির চাহিদা অপেক্ষক $P = 274 - Q^2$ এবং $MC = 4 + 3Q$ । উৎসের উৎপত্তি নির্মাণ কর।

৩৮। $P_d = 16 - x^2$ এবং $MC = 6 + x$ এনে মুনাফা সর্বাধিক করে উৎসদাতার উৎসের উৎপত্তি নির্মাণ কর।

১০
৪২) একটি সূন্যমাত্রা প্রযোজ্য প্রতিক্রিয়া ফাংশন এর জন্য

$$MC(Q) = 3Q^2 + 4Q + 2 \text{ হলে এর এর}$$

- ① উৎপাদনের উৎকৃষ্ট মাত্রা $P_1 = 9$
- ② উৎপাদনের উৎকৃষ্ট মাত্রা $P_2 = 41$
- ③ উৎপাদনের উৎকৃষ্ট পরিমাণ মাত্রা $P_1 = 9$ এর $P_2 = 41$ তে পরিবর্তিত হয়।
- ④ সূন্যমাত্রাগুলো চিত্রের সাহায্যে দেখান।

৪২) একটি সমাপ্রতিস্থাপক চাহিদা রেখার একম বিক্রেতা প্রতিদিন -13 হলে চাহিদা অপেক্ষক $Q = f(P)$ নির্ণয় কর।

৪৩) অমন একটি চাহিদা অপেক্ষক নির্ণয় কর যে চাহিদা রেখার সর্বত্র চাহিদার প্রতিস্থাপকতা α এর সমান।

৪৪) সর্বত্র α প্রতিস্থাপকতা -1 হলে সমাক্ষমতার সমতুল্য দেখান যে $Q - P = a$ । (যেখানে a একটি স্থির মান।)

৪৫) একমাত্র $\alpha = -\frac{1}{5}$ প্রতিস্থাপকতা বিক্রেতা সমাপ্রতিস্থাপক চাহিদা সমীকরণ নির্ণয় কর।

৪৬) একটি পণ্যের চাহিদার প্রতিস্থাপকতা $E_d = \frac{-4P(1+P)}{Q}$ ।
যদি মাত্র Q তখন চাহিদা 50 একক। চাহিদা অপেক্ষকটি নির্ণয় কর।

৪৭) একটি পণ্যের চাহিদার প্রতিস্থাপকতা $E_d = \frac{-4P(1+P)}{Q}$ ।
 $P = 2$ হলে $Q = 34$ । চাহিদা অপেক্ষক $Q = f(P)$ নির্ণয় কর।

৪৮) একটি পণ্যের চাহিদার α প্রতিস্থাপকতা $E_d = \frac{-P}{50-P}$ ।
যদি মাত্র Q চাহিদা তখন 100 একক। চাহিদা অপেক্ষকটি নির্ণয় কর।

৪৯) প্রতিস্থাপকতা $\alpha = \frac{3-D}{D}$ এর $P = 2$, $D = 1$ হলে চাহিদা সমীকরণ নির্ণয় কর।

৫০) একটি পণ্যের চাহিদার প্রতিস্থাপকতা $E_d = \frac{0.3P}{2}$ ।
 $P = 10$ হলে $Q = 100$ । চাহিদা অপেক্ষক নির্ণয় কর।

অধ্যায় ৪ - অন্তরক সমীকরণ (Differential Equation)

- ১। অন্তরক সমীকরণ কি? অবিচ্ছিন্ন সময় বসতে কি কোষী
- ২। অন্তরক সমীকরণের অর্থ ও অন্তরক সমীকরণের মতো কি?
- ৩। সমজাতীয় অন্তরক সমীকরণ ও অসমজাতীয় অন্তরক সমীকরণের মধ্যে পার্থক্য দেখাত।
- ৪। প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ কি?
- ৫। সমাবলম্বীয়া উৎপাদক কি? গজার চুলের মতিলীলতা বসতে কি কোষী
- ৬। বেরনাল্লের সঙ্গিতীয় স্থিতিমীলতা বসতে কি কোষী

৭। নিচের সমীকরণগুলো ২তম অন্তরক সমীকরণ মর্মে বসে।

① $y'' = 6at$ ② $y'' = 8ax$ ③ $y'' = ax$ ④ $y'' = 14at$

৮। নিচের সমজাতীয় অন্তরক সমীকরণগুলোর সমাধান বসে

① $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ ② $\frac{dy}{dx} + 8y = 0$ ③ $\frac{dy}{dx} - 6y = 0$
 ④ $5 \frac{dy}{dx} - 10y = 0$ ⑤ $\frac{dy}{dx} = 5y$

৯। $\frac{dy}{dx} = 2ty$ । $t=0$ অবস্থায় $y=5$ মত শর্তে সমীকরণটির নির্দিষ্ট সমাধান বসে।

১০। $\frac{dy}{dx} + 5y = 0$ সমীকরণটির সমাধান বসে। যদি $y(0) = 2$ হয় তবে সমীকরণটির নির্দিষ্ট সমাধান কি হবে?

১১। $(x+5)dy - (y+9)dx = 0$ অন্তরক সমীকরণটির সমাধান বসে।

১২। $3 \frac{dy}{dx} - 6y = 0$ অন্তরক সমীকরণটির সমাধান বসে। যদি $y(0) = 2$ হয় তবে নির্দিষ্ট সমাধান কি হবে?

১৩। $\frac{dy}{dx} + 6y = 24$ অন্তরক সমীকরণটির সমাধান বসে।

১৪। নিচের অন্তরক সমীকরণটির সমাধান বসে।
 $\frac{dy}{dx} + 2y = 6$

১৫। $2 \frac{dy}{dx} + 4y = 6$ সমীকরণটির সমাধান বসে। যদি $y(0) = 1$ হয় তবে নির্দিষ্ট সমাধান বসে।

২৬। নিচের অশূন্যক সমীকরণটির সমাধান কর।

$$\frac{dy}{dt} + 6y = 5 \quad \text{যেখানে, } y(0) = 0$$

২৭। $\frac{dy}{dt} + 4y = 12$ অশূন্যক সমীকরণটির সাধিত সমাধানের রূপ কর। যদি $y(0) = 2$ হয় তবে নির্দিষ্ট সমাধান কি হবে?

২৮। $3 \frac{dy}{dt} + 6y = 5$ অশূন্যক সমীকরণটির Complementary Function এর Particular Integral নির্ণয় কর। যদি $y(0) = 5$ হয় তবে নির্দিষ্ট সমাধান কি হবে?

২৯। $3 \frac{dy}{dt} + 6y = 3$ অশূন্যক সমীকরণটির সমাধান কর। যদি $y(0) = 10$ হয় তবে নির্দিষ্ট সমাধান কি হবে?

২০। দেখাও যে $(y^3 + 3yt^2)dy + (t^3 + 3y^2t)dt = 0$ একেই সমীকরণ অশূন্যক সমীকরণ।

২১। নিম্নোক্ত সমীকরণটি Exact কিনা যাচাই কর।
 $(2x + 3y + 1)dx + (3x + 2y - 1)dy = 0$

২২। নিচের সমীকরণটি Exact কিনা বা প্রকৃত কিনা যাচাই কর। সমীকরণটির সমাধানের রূপ কর। $(t + 2y)dy + (y + 3t^2)dt = 0$

২৩। $3y^2t dy + (y^3 + 2t)dt = 0$ সমীকরণটি প্রকৃত অশূন্যক সমীকরণ কিনা যাচাই কর এবং সমাধান কর।

২৪। নিম্নোক্ত অশূন্যক সমীকরণটি Exact কিনা যাচাই কর এবং সমীকরণটির সমাধান কর।
 $t dy + (y + 3t^2)dt = 0$

২৫। $(7y + 4t^2)dy + 4ty dt = 0$ অশূন্যক সমীকরণটির সমাধানীয় দেখানোর নির্ণয় কর।

২৬। $Q_d = 10 - 2P$
 $Q_s = -5 + P$ অর্থাৎ $\frac{dP}{dt} = 13(Q_d - Q_s)$
দানের সময় পথ নির্দেশক সমীকরণ নির্ণয় কর।

29। $Q_d = a - bp + \beta \frac{dp}{dt}$, $Q_s = -c + dp$

- ① বাজার ক্রিয়াক্রমে ভারসাম্য দায়কতা?
- ② বাজারের গতিপথ নির্দেশক অপ্রত্যক নির্মাণ কর।

29। ~~Qd~~ = চাহিদা অপ্রত্যক $Q_d = 100 - 8p + 2 \frac{dp}{dt}$

সামান অপ্রত্যক $Q_s = -20 + 2p$

- ① দাতার সময় পথ বিত্তিক পথ $p(t)$ নির্মাণ কর
যখন $p(0) = 20$
- ② বাজার নিঃশেষকারী ভারসাম্য দায় অপ্রত্যক কত হবে?
- ③ ভারসাম্য কি অচলু নী বা চলু নী হবে?

29। $Q_d = 10 - 2p + 0.2 \frac{dp}{dt}$

$Q_s = -5 + 3p$

- ① সময়ের অপ্রত্যক স্থূল পরিবর্তনের হার অতিরিক্ত চাহিদার অসামান্যিক ধরে দাতার সময় পথ নির্মাণ কর।
- ② আচঃ সাময়িক ভারসাম্য স্থূল কত?
- ③ বাজার ক্রি পরিষ্কারকারী ভারসাম্য স্থূল কত?
- ④ গতিপথ স্থিতিশীলতার উপর প্রভাব কর।

30। $Q_d = 10 - 5p$
 $Q_s = -4 + 2p$

যেখানে
 $Q_d =$ চাহিদার পরিমাণ
 $Q_s =$ স্যামানের পরিমাণ

দাতার সময় পথ নির্মাণ কর।

অধ্যায় ৫ - অঙ্কর সমীকরণ (Difference Equation)

- ১) বিচ্ছিন্ন সময় কি? বিচ্ছিন্ন সময় ও অবিচ্ছিন্ন সময়ের মধ্যে পার্থক্য দেখাত।
- ২) অঙ্কর সমীকরণ কি? অঙ্করক সমীকরণ ও অঙ্কর সমীকরণের মধ্যে পার্থক্য দেখাত।
- ৩) সমজাতীয় অঙ্কর সমীকরণ ও অসমজাতীয় অঙ্কর সমীকরণের মধ্যে পার্থক্য দেখাত।
- ৪) এরোগের গতিয় স্থিতিশীলতা বলা কি বোঝ?
- ৫) বস্তুয়ের বাজার মূল্যে বা উৎপাদন মূল্য কি? তালিকা কর।
- ৬) হ্যাংস্টেরি বাজার মূল্য কি? সময়ে তরঙ্গমিত্র অংশ নির্ধারণী মূল্য (কি)?
- ৭) $Y_{t+1} - Y_t = 3$ অঙ্করক সমীকরণটির সম্ভাব্য ও নির্দিষ্ট সমাধানের ক্ষেত্র দেখান। $Y_0 = 5$ । সময়ে সময়ে উৎসর সঙ্কট কর।
- ৮) $Y_t = 4Y_{t-1} + 9$ অঙ্কর সমীকরণটির সম্ভাব্য ও নির্দিষ্ট সমাধানের ক্ষেত্র দেখান। $Y_0 = 9$ । সময়ে সৃষ্টি পরীক্ষা কর।
- ৯) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণটির নির্দিষ্ট সমাধান নির্মাণ কর।

$$Y_t = 2Y_{t-1} \quad \text{যখন } Y_0 = K_0$$

- ১০) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণটির নির্দিষ্ট সমাধানের ক্ষেত্র কর।

$$Y_t = 2Y_{t-1} + 10 \quad \text{যখন } Y_0 = 9$$

- ১১) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণটির সম্ভাব্য ও নির্দিষ্ট সমাধানের ক্ষেত্র কর।

$$Y_{t+1} = 4 - 3Y_t \quad \text{যখন } Y_0 = 4$$

- ১২) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণটির সম্ভাব্য ও নির্দিষ্ট সমাধান নির্মাণ কর।

$$Y_{t+1} = Y_t + 2 \quad \text{যখন } Y_0 = 7$$

- ১৩) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণের Particular Integral (Y_p) ও Complementary Function বহু নির্দিষ্ট সমাধানের ক্ষেত্র কর।

$$Y_t + \frac{1}{4} Y_{t-1} = 60 \quad [\text{যখন } Y_0 = 8]$$

- ১৪) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণের সমাধান কর।

① $5Y_t + 2Y_{t-1} - 140 = 0 \quad [Y_0 = 30]$

- ② $t=0$ ও $t=1$ এর ক্ষেত্রে সমাধানটির সৃষ্টি পরীক্ষা কর।

- ১৫) নিম্নের অঙ্কর সমীকরণের Particular Integral (Y_p) ও Complementary Function (Y_c) নির্মাণ কর। নির্দিষ্ট সমাধান নির্মাণ কর। $Y_{t+1} - 5Y_t = 1 \quad [Y_0 = \frac{7}{4}]$

১৬। নিম্নের অর্ধর সমীকরণটির আধিক্রম ও নির্দিষ্ট সমাধানের সন্ধানে।

$$Y_{t+1} - 3Y_t = 3 \quad [\text{যেখানে } Y_0 = 5]$$

১৭। $5Y_t + 2Y_{t-1} - 140 = 0$ এবং $Y(0) = 40$ । অর্ধর সমীকরণটির সমাধানের সন্ধানে নির্মাণ করে এবং প্রকৃতি ত্রুটি করে।

১৮। Difference সমীকরণ $Y_t = 0.5Y_{t-1}$ এবং $Y_0 = 10$ । আধিক্রম সমাধান ও নির্দিষ্ট সমাধানের সন্ধানে নির্মাণ করে।

১৯। $Y_t = 3Y_{t-1} - 10$ এবং $Y_0 = 7$ আধিক্রম সমাধান ও নির্দিষ্ট সমাধানের সন্ধানে নির্মাণ করে।

২০। একটি পণ্যের চাহিদা ও সরাসর আক্রমণক নিম্নরূপ:

$$Qd_t = 86 - 0.8P_t$$

$$Qs_t = -10 + 0.2P_{t-1}$$

- ① পণ্যটির মজুরি P_t নির্মাণ করে।
- ② অরক্ষণীয় মজুরি P_t নির্মাণ করে।
- ③ P এর time path কি দেখানোর জন্য?
- ④ P_t এর সমাধানের সন্ধানে অরক্ষণীয় অর্থসূচী?

২১। নিম্নের অর্ধর সমীকরণের চাহিদা ও সরাসর সমীকরণ দেখা হলে

$$Qd_t = 18 - 3P_t$$

$$Qs_t = -3 + 4P_{t-1}$$

- ① মজুরির সমাধানের সন্ধানে নির্মাণ করে।
- ② আক্রমণীয় অরক্ষণীয় মজুরি দেখা?
- ③ অরক্ষণীয় স্থিতিস্থাপন কিম্বা পরীক্ষা করে।

২২। চাহিদা আক্রমণক $Qd_t = a - bP_t$

$$\text{সরাসর আক্রমণক } Qs_t = c + dP_{t-1}$$

- ① মজুরির সমাধানের সন্ধানে P_t নির্মাণ করে।
- ② এ মজুরির সন্ধানে সন্ধানে ত্রুটি করে।

২৩। একটি ইনক্রিমেন্টাল মজুরির মজুরি হলে:

$$Qd_t = 120 - 0.5P_t$$

$$Qs_t = -30 + 0.3P_t$$

$$P_{t+1} = P_t - 0.2(Qs_t - Qd_t)$$

মজুরির সমাধানের সন্ধানে নির্মাণ করে এবং মজুরির সন্ধানে অর্থসূচী কি-নির্মাণ করে।

28। ଜାତୀୟ ଆୟ \$ Q_d_t = 100 - 0.5 P_t \$
 ଗୋପାଳ ଆୟ \$ Q_s_t = -20 + 0.4 P_t \$
 $P_{t+1} = P_t - 0.2 (Q_s_t - Q_d_t)$ ଏଠାରେ $P_0 = 150$
 ① ଏ କୋଷ ସମାପ୍ତ ହେବାର ସ୍ଥଳେ P_t ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
 ② P_t ଏବଂ ସମୟ ପଥର ଉଚ୍ଚତା ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

29। ସମୟ ଉପସାଧିକ ଆୟ-ନିର୍ବାହୀ ଗଢ଼ଣ
 $Y_t = C_t + I_t$
 $C_t = 90 + 0.8 Y_{t-1}$
 $I_t = 50$ ଏଠାରେ $Y_0 = 1200$
 ① ଜାତୀୟ ଆୟର ସମୟ ପଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
 ② ସମୟ ପଥର ସ୍ୱାଧୀନତା ଉପରେ ଗଭୀର ଗଢ଼ଣ କର ।

29। $C_t = 80 + 0.8 Y_{t-1}$
 $I_t = 30$ ଏଠାରେ $Y_0 = 900$
 ① ଜାତୀୟ ଆୟର ସମୟ ପଥ Y_t ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
 ② ନିର୍ଣ୍ଣିତ Y_t ଏବଂ ସ୍ୱାଧୀନତା ପରୀକ୍ଷା କର ।
 ③ Inter-temporal ଉପସାଧିକ ଆୟର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
 ④ ଜାତୀୟ ଆୟର ସମୟ ପଥର ସ୍ୱାଧୀନତା ଉପରେ ଗଭୀର ଗଢ଼ଣ କର ।

29। ଉପସାଧିକ ଜାତୀୟ ଆୟ-ନିର୍ବାହୀ ଗଢ଼ଣ
 $Y_t = C_t + I_t$ $C_t = 200 + 0.75 Y_{t-1}$
 $I_t = 50 + 0.15 Y_{t-1}$ $Y_0 = 3000$
 ① ଜାତୀୟ ଆୟର ସମୟ ପଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
 ② ସମୟ ପଥର ସ୍ୱାଧୀନତା ଉପରେ ଗଭୀର ଗଢ଼ଣ କର ।
 ③ $Y_3 = ?$

29। ଜାତୀୟ ଆୟ ଗଢ଼ଣ ପଥ 2 ଗୋଟି:
 $Y_t = C_t + I_t$
 $C_t = 0.7 Y_{t-1} + 50$
 $I_t = 170, Y_0 = 1000$
 ଉପସାଧିକ ଜାତୀୟ ଆୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏଠାରେ ଜାତୀୟ ଆୟର ସମୟ ପଥର ଉଚ୍ଚତା ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

(4) $C = 12x_1 + 42x_2$
 বাধিত $x_1 + 2x_2 \geq 3$
 $x_1 + 4x_2 \geq 4$
 $3x_1 + x_2 \geq 3$
 অক্ষয়নাত্মক মত, $x_1, x_2 \geq 0$

(5) $\text{Min } C = 40m + 200t$
 বাধিত $40m + 40t \geq 100$
 $3m + 10t \geq 60$
 $8m + 10t \geq 80$
 অক্ষয়নাত্মক মত: $m, t \geq 0$

১০। নিচের দুই অর্থনৈতিক কার্যক্রমের জন্য গ্যামিটি সন্ধান কর।

(ক) $\text{Max } R = 2x_1 + 4x_2$
 বাধিত: $x_1 + 3x_2 \leq 6$
 $3x_1 + 3x_2 \leq 9$
 অক্ষয়নাত্মক মত, $x_1, x_2 \geq 0$

(খ) $\text{Max } R = 8x + 6y$
 মতসমূহ: $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix}$
 এবং $x, y \geq 0$

(১) $\text{Max } \pi = 40x_1 + 30x_2$
 সীমিত $x_1 \leq 16$
 $x_2 \leq 8$
 $x_1 + 2x_2 \leq 24$
 অক্ষয়নাত্মক মত $x_1, x_2 \geq 0$

(২) $\text{Max } R = 12x_1 + 15x_2$
 Subject to
 $12x_1 + 4x_2 \leq 48$
 $6x_1 + 12x_2 \leq 72$
 $14x_1 + 12x_2 \leq 84$
 and $x_1, x_2 \geq 0$

(৩) $\text{Min } C = 40m + 200t$
 বাধিত $40m + 40t \geq 100$
 $3m + 10t \geq 60$
 $8m + 10t \geq 80$
 অতঃমত $m, t \geq 0$

(৬) $C = 8y_1 + 12y_2$
 বাধিত: $y_1 + 3y_2 \geq 1$
 $2y_1 + 2y_2 \geq 4$
 অক্ষয়নাত্মক মত, $y_1, y_2 \geq 0$

(২) একটি ফ্যাক্টরি দুই ধরনের প্রযুক্তি P_1 ও P_2 ধরনের ফ্যাক্টরি উৎপাদন করে। প্রতি একক P_1 ধরনের ফ্যাক্টরি উৎপাদন করতে, মালমাল ও কাঁচা কাগজ যথাক্রমে ২, ৪ ও ১০ ঘন্টা সময় লাগে। অন্যদিকে প্রতি একক P_2 ধরনের ফ্যাক্টরি উৎপাদন করতে মালমাল ও কাঁচা কাগজ যথাক্রমে ৫, ১ ও ৫ ঘন্টা সময় লাগে। য' প্রতিদিন বিক্রি করতে সম্ভব যথাক্রমে ৪০, ২০ ও ৬০ ঘন্টা সময় ব্যয় হবে। অর্থাৎ দুই ধরনের ফ্যাক্টরি উৎপাদন থেকে প্রতিদিন একক প্রতি যথাক্রমে ২৪ টাকা ও ৪ টাকা মুনাফা হবে।

(i) উৎপাদিত উৎসর্গ বিত্তে একটি অধিক প্রোগ্রাম তৈরি হবে।

(ii) গ্যামিটি পদ্ধতিতে সোভালটির সন্ধান কর।

২১। নিম্নলিখিত পদ্ধতি বিশেষর প্রয়োগের মাধ্যমে সমস্যাগুলোর সমাধান কর।

• ১) $\text{Max } \pi = 8x_1 + 6x_2$
 বাধিত: $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix}$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2 \geq 0$

• ২) $\text{Max } \pi = 2x_1 + 5x_2$
 বাধিত: $4x_1 + x_2 \leq 24$
 $x_1 + 3x_2 \leq 21$
 $x_1 + x_2 \leq 9$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2 \geq 0$

• ৩) Maximize $\pi = 30x_1 + 24x_2 + 60x_3$
 বাধিত: $6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 30$
 $2x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 50$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

• ৪) Simplex পদ্ধতিতে সমাধান কর।
 $\text{Max } R = 3x + 4y$
 বাধিত: $2.5x + y \leq 20$
 $3x + 3y \leq 30$
 $x + 2y \leq 16$
 অক্ষমতার শর্ত: $x, y \geq 0$

• ৫) সর্বোচ্চ মান $Z = 3x_1 + 6x_2$
 শর্তসাপেক্ষে: $4x_1 + 2x_2 \leq 5$
 $x_1 + x_2 \leq 2$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2 \geq 0$

• ৬) $\text{Max } \pi = 3x_1 + 6x_2$
 Subject to: $4x_1 + x_2 \leq 5$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 7$
 $x_1 + x_2 \leq 2$
 অর্থাৎ $x_1, x_2 \geq 0$

• ৭) সর্বনিম্ন ব্যয় $C = 2x_1 + 4x_2$
 শর্তসাপেক্ষে: $2x_1 + x_2 \geq 14$
 $x_1 + x_2 \geq 12$
 $x_1 + 3x_2 \geq 18$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2 \geq 0$

• ৮) $\text{Min } \alpha = 40m + 200t$
 বাধিত: $40m + 40t \geq 100$
 $3m + 10t \geq 60$
 $8m + 10t \geq 80$
 অক্ষমতার শর্ত: $m, t \geq 0$

• ৯) $\text{Min } C = 6x_1 + 24x_2$
 বাধিত: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2 \geq 0$

২২। প্রাথমিক সমাধা থেকে দুই সমাধা উৎপন্ন করে দিলে সমাধান কর।

• ১) $\text{Max } \pi = 6x_1 + 10x_2 + 8x_3$
 Subject to: $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40$
 $2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$
 and $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

• ২) $\text{Max } \pi = 36x_1 + 28x_2 + 32x_3$
 শর্তসাপেক্ষে: $2x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 3$
 $3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 4$
 অক্ষমতার শর্ত: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

5) $\text{Max } \pi = 9x_1 + 12x_2$
 Subject: $2x_1 + x_2 \leq 8$
 $4x_1 + 3x_2 \leq 14$
 and, $x_1, x_2 \geq 0$

6) $\text{Min } C = 40x_1 + 20x_2 + 60x_3$
 and subject: $2x_1 + 4x_2 + 10x_3 \geq 24$
 $5x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 8$
 and subject: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

7) নিম্নের দ্বৈতমূলক কোর্সের 2-এ চূড়ান্ত উপলব্ধি (optimal solution) প্রদান কর।
 অথবা, অর্থনৈতিক মানে, প্রযুক্তিগত ও মূল্যবিশ্বকরণ দিক থেকে সমাধান কর।

8) $\text{Max } Z = 2.5x_1 + 2x_2$
 সীমাবদ্ধ: $x_1 + 2x_2 \leq 8000$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 9000$
 অর্থনৈতিক মতে, $x_1, x_2 \geq 0$

9) $\text{Max } \pi = 14x_1 + 12x_2 + 19x_3$
 সীমাবদ্ধ: $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$
 $x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4$
 অর্থনৈতিক মতে $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

‘স্বাক্ষর’

S.M. Moinul Hasan
 Writer of Economics
 BSS Economics (First class)
 MSS Economics (First class)
 Founder of H.S Economics Academy